

Álgebra lineal
Evaluación continua
Grupo B
20 de Octubre de 2010

1. Resuélvase el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned}x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_5 &= 0 \\2x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 2x_4 + 4x_5 &= -1 \\2x_3 + 10x_4 &= 6 \\2x_1 + 6x_2 - 2x_3 - 10x_4 + 4x_5 &= -6\end{aligned}$$

2. Se considera la siguiente matriz con $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & \alpha + 2 & 0 \\ 0 & \alpha + 1 & 0 & \alpha + 2 \\ \alpha & 0 & 2\alpha + 3 & 0 \\ 0 & \alpha + 1 & 0 & 2\alpha - 1 \end{pmatrix}$$

- (a) Estúdiese, según los valores de α , el rango de la matriz A .
(b) Para $\alpha = 1$, se pide:
- a) Razonar si existe la factorización LU de A y en caso afirmativo, obtener las matrices L y U .
 - b) Razonar si existe la factorización de Cholesky de A y en caso afirmativo, obtenerla.
 - c) Obtener, si es posible, la inversa de A utilizando la factorización LU de A .

3. Razonar la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

- a) Si P y Q son dos matrices reales de tamaño n inversibles entonces

$$\text{rango}(P^t Q^{-1} P) = \text{rango}(Q^t Q).$$

- b) Si R es una matriz ortogonal y además, $R^2 = I$, entonces R es simétrica.