Álgebra lineal
Evaluación continua
Grupo A
20 de Diciembre de 2010

1. Sea $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{R})$. Probar que $A^t A$ y AA^t son simétricas.
2. Sean

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3 \times 4}(\mathbb{R}) \quad \text{y} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4.$$

- i) Hallar una matriz ortogonal $Q \in \mathcal{M}_{4 \times 4}(\mathbb{R})$ y una matriz diagonal $D \in \mathcal{M}_{4 \times 4}(\mathbb{R})$ tales que $Q^t A^t A Q = D$.
- ii) Hallar la descomposición en valores singulares de A .
- iii) Hallar las aproximaciones de rango uno y de rango dos de A .
- iv) Obtener la proyección ortogonal de b sobre el subespacio $U = \text{Im}(A^t)$.
- v) Clasificar las formas cuadráticas $\omega(x) = x^t A^t A x$ y $\omega'(x) = x^t A A^t x$. Obtener, si es posible, vectores $y, y' \in \mathbb{R}^3$ tales que $\omega'(y) > 0$ y $\omega'(y') < 0$.