

Álgebra lineal
Evaluación continua
Grupo C
20 de Diciembre de 2010

1. Sea $A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$. Demostrar que $A + A^t$ es simétrica.
2. Sea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{4 \times 4}(\mathbb{R}).$$

- i) ¿Es A simétrica? ¿Es normal?
- ii) Hallar, si es posible, una matriz unitaria $Q \in \mathcal{M}_{4 \times 4}(\mathbb{C})$ y una matriz diagonal $D \in \mathcal{M}_{4 \times 4}(\mathbb{C})$ tales que $Q^* A Q = D$.
- iii) Hallar la proyección ortogonal de $b = (1, -1, 2, -2)^t \in \mathbb{R}^4$ sobre el subespacio $U = \ker(A)$.
- iv) Hallar la descomposición en valores singulares de $A + A^t$.
- v) Hallar las descomposiciones de rango uno y de rango dos de $A + A^t$.
- vi) Se desea aproximar el conjunto de puntos $\{(-1, 1), (1, -1), (-1, 2), (1, -2)\}$ por un polinomio de tercer grado. Resolver el problema de mínimos cuadrados asociado.
- vii) Clasificar la forma cuadrática $\omega(x) = x^t(A + A^t)x$, $x \in \mathbb{R}^4$. Obtener, si es posible, vectores $y, y' \in \mathbb{R}^4$ tales que $\omega(y) > 0$ y $\omega(y') < 0$.