

Álgebra lineal
Evaluación continua
Grupo A
9 de Noviembre de 2011

1. Cualquier matriz compleja M se puede escribir de modo único como $M = C + iD$, donde C y D son matrices reales. Sea $A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{C})$. Pongamos $A + A^* = X + iY$ y $A - A^* = Z + iT$, con $X, Y, Z, T \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$. Demuéstrese que X y T son simétricas y que Y y Z son antisimétricas.
2. Sean $A \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{C})$, $b \in \mathbb{C}^3$ y $c \in \mathbb{R}^3$ dados por

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1-i & -i \\ 0 & i & -1 \\ 2+i & i & -1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -4 \\ -2+i \\ 2i \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 3 \\ -8 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Calcular $\det(A)$.
- (b) Calcular la factorización LU de A .
- (c) Calcular la inversa de A .
- (d) Resolver el SEL $Ax = b$.
- (e) Escribir las matrices reales $X, Y, Z, T \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ que verifican

$$A + A^* = X + iY \quad \text{y} \quad A - A^* = Z + iT.$$

- (f) Estudiar si las matrices simétricas X y T admiten factorización de Cholesky.
- (g) Dar la dimensión y una base de la imagen y del núcleo de Y y de Z .
- (h) Discutir y resolver los SEL $Tx = b$ y $Tx = c$