Álgebra lineal
Evaluación continua
Grupo B
10 de Noviembre de 2011

1. Sea $\alpha \in \mathbb{R}$. Se considera la matriz $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ dada por

$$A = \begin{pmatrix} \alpha+1 & \alpha+2 & \alpha+3 & \alpha+4 & \dots & \alpha+n-1 & \alpha+n \\ \alpha+2 & \alpha+3 & \alpha+4 & \alpha+5 & \dots & \alpha+n & \alpha+n+1 \\ \alpha+3 & \alpha+4 & \alpha+5 & \alpha+6 & \dots & \alpha+n+1 & \alpha+n+2 \\ \alpha+4 & \alpha+5 & \alpha+6 & \alpha+7 & \dots & \alpha+n+2 & \alpha+n+3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \alpha+n-1 & \alpha+n & \alpha+n+1 & \alpha+n+2 & \dots & \alpha+n+n-3 & \alpha+n+n-2 \\ \alpha+n & \alpha+n+1 & \alpha+n+2 & \alpha+n+3 & \dots & \alpha+n+n-2 & \alpha+n+n-1 \end{pmatrix}$$

   (a) Calcular $\det(A)$.
   (b) Calcular el rango de A.
   (c) Para $\alpha = 0$ y $n = 4$ se pide:
      c1) Dar una base y la dimensión del núcleo y la imagen de A.
      c2) Razonar si existen las factorizaciones LU y de Cholesky de A.
      c3) Resolver el SEL $Ax = b$ siendo $b = (1, 1, 1, 1)^t$.
      c4) Considérese la matriz $X = A + I$. Averiguar si X admite factorización LU y factorización de Cholesky y, en su caso, calcularlas.
      c5) Utilizar, si es posible, alguna de las factorizaciones a las que se refiere el apartado anterior para calcular la inversa de X.

2. Sea $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ una matriz cuadrada verificando que $\det(A) = -1$ y que $A^3+A+I = 0$. Calcular el determinante de las matrices $A+I$, $3A+3I$ y A^2+I, distinguiendo los casos n impar y n par cuando sea necesario.