Álgebra lineal
Evaluación continua
Grupo D
9 de Noviembre de 2011

1. Sean $n \in \mathbb{N}$ un número par y

$$A = \begin{pmatrix} 1+\gamma & -1 & 1 & -1 & 1 & \cdots & 1 & -1 \\ 1 & -1+\gamma & 1 & -1 & 1 & \cdots & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1+\gamma & -1 & 1 & \cdots & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1+\gamma & 1 & \cdots & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1+\gamma & \cdots & 1 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & & \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & \cdots & 1+\gamma & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & \cdots & 1 & -1+\gamma \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$$

Sea $b = (1, -1, 0, -1)^t \in \mathbb{R}^4$.

(a) Calcular $\det(A)$.

(b) ¿Es A simétrica? ¿Es antisimétrica?

(c) Sea $n = 4$.

c1) ¿Para qué valores de γ admite A factorización LU?

c2) ¿Para qué valores de γ admite A factorización de Cholesky?

c3) Sea $\gamma = 2$.

c3i) Obtener la factorización LU de A.

c3ii) Utilizar la factorización LU de A para obtener la solución del SEL $Ax = b$.

c4) Sea $\gamma = 0$.

c4i) Resolver el SEL $Ax = b$.

c4ii) Dar la dimensión y una base de la imagen y del núcleo de A.

2. Sean

$$M = \begin{pmatrix} A & 0 \\ B & C \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} I & I \\ I & I \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{2n\times 2n}(\mathbb{K}),$$

con A, B, $C \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{K})$, B no inversible, y siendo $I \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{K})$ la matriz identidad. Demostrar que no existen matrices X, Y, $Z \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{K})$ verificando la igualdad $MN = Q$ para cada uno de los casos siguientes:

$$N = \begin{pmatrix} 0 & X \\ Y & Z \end{pmatrix} \ , \quad N = \begin{pmatrix} X & 0 \\ Y & Z \end{pmatrix} \ ,$$

$$N = \begin{pmatrix} X & Y \\ 0 & Z \end{pmatrix} \ , \quad N = \begin{pmatrix} X & Y \\ Z & 0 \end{pmatrix} \ .$$