

1. Sea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{9 \times 9}(\mathbb{R}).$$

- i) Calcular el rango de  $A$ .
- ii) Demostrar que  $(0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0)^t \in \mathbb{R}^9$  es un autovector de  $A$ .
- iii) Sabiendo que  $A$  tiene exactamente dos autovalores distintos, calcular el espectro de  $A$ .
- iv) ¿Es  $A$  diagonalizable?
- v) Dar una base de los subespacios propios asociados a los autovalores de  $A$ .