Álgebra lineal
Evaluación continua
Grupo D
20 de Diciembre de 2011

Sea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{5\times 5}(\mathbb{R}).$$

a) ¿Es A simétrica? ¿Es normal? ¿Es diagonalizable ortogonalmente?

b) Hallar, si es posible, una matriz ortogonal $Q \in \mathcal{M}_{5\times 5}(\mathbb{R})$ y una matriz diagonal $D \in \mathcal{M}_{5\times 5}(\mathbb{R})$ tales que $Q^t A Q = D$.

c) Hallar una descomposición en valores singulares de A.

d) Obtener las aproximaciones de rango uno y de rango dos de A.

e) Hallar una base ortonormal de los subespacios $\ker(A)$ e $\mathrm{Im}(A)$.

f) Hallar la proyección ortogonal de $b = (0,0,0,0,1)^t \in \mathbb{R}^5$ sobre $\ker(A)$ e $\mathrm{Im}(A)$.

g) Clasificar la forma cuadrática $\omega\colon x \in \mathbb{R}^5 \to \omega(x) \in \mathbb{R}$ definida por $\omega(x) = x^t A x$. Encontrar, si es posible, vectores x_1, $x_2 \in \mathbb{R}^5$ tales que $\omega(x_1) > 0$ y $\omega(x_2) < 0$.