Álgebra lineal
Evaluación continua
Grupo C
31 de Octubre de 2012

1. Sea $\alpha \in \mathbb{R}$ un número par. Sea

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & -1 & -1 & -1 & \cdots & -1 & -1 \\ \alpha & -2 & 2 & 2 & \cdots & 2 & 2 \\ \alpha & -1 & -2 & 2 & \cdots & 2 & 2 \\ \alpha & -1 & -1 & -2 & \cdots & 2 & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & \\ \alpha & -1 & -1 & -1 & \cdots & -2 & 2 \\ \alpha & -1 & -1 & -1 & \cdots & -1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$$

Sea $b = (3, -3, 1, 4)^t \in \mathbb{R}^4$.

(a) Calcular $\det(A)$.

(b) ¿Es A simétrica? ¿Es antisimétrica?

(c) Sea $n = 4$.

c1) ¿Para qué valores de α admite A factorización LU?

c2) Discutir y resolver el SEL $Ax = b$ en función de los valores del parámetro α

c3) Sea $\alpha = 1$.

c3i) Obtener, si es posible, la factorización LU de A.

c3ii) Utilizar la factorización LU de A para obtener la solución del SEL $Ax = b$.

c3iii) Calcular A^{-1}, si existe.

c4) Sea $\alpha = 0$.

c4i) Calcular el rango de A.

c4ii) Dar la dimensión y una base de la imagen y del núcleo de A.

2. a) Encontrar dos matrices A, $B \in \mathcal{M}_{2\times2}(\mathbb{R})$, con exactamente tres coeficientes iguales a cero cada una, que verifiquen que $AB = 0$.

b) Encontrar dos matrices A, $B \in \mathcal{M}_{2\times2}(\mathbb{R})$, con exactamente dos coeficientes iguales a cero cada una, que verifiquen que $AB = 0$.

c) Encontrar dos matrices A, $B \in \mathcal{M}_{2\times2}(\mathbb{R})$, con todos sus coeficientes no nulos, que verifiquen que $AB = 0$.

d) Encontrar dos matrices A, $B \in \mathcal{M}_{2\times2}(\mathbb{R})$ que verifiquen que $AB = 0$ y $BA \neq 0$.

e) Demostrar que no existen matrices A, $B \in \mathcal{M}_{2\times2}(\mathbb{R})$, con exactamente un coeficiente igual a cero cada una, que verifiquen que $AB = 0$.