

Álgebra lineal
Evaluación continua
Grupo A
5 de Diciembre de 2012

1. Dados los vectores complejos

$$v = \begin{pmatrix} 6 - 5i \\ 2 - 3i \\ i \end{pmatrix}, \quad W = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 + i \\ -1 - 5i \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^3,$$

calcúlense las partes real e imaginaria del producto hermitico $\langle v, w \rangle$.

2. Sean

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{4 \times 4}(\mathbb{R}), \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4.$$

- i) Calcular el rango de A .
- ii) ¿Es A normal?
- iii) Hallar una base ortonormal de $\mathbb{R}^4$ formada por autovectores de $A^t A$.
- iv) Hallar una descomposición en valores singulares de A .
- v) Hallar las aproximaciones de rango uno y de rango dos de A .
- vi) Hallar la aproximación de rango tres de A .
- vii) Demostrar que el SEL $Ax = b$ es incompatible y obtener la solución del problema de mínimos cuadrados asociado.
- viii) Obtener la proyección ortogonal de b sobre el subespacio $U = \text{Ker}(A^t)$.