

**Álgebra lineal**  
**Evaluación continua**  
*Grupo C*  
5 de Diciembre de 2012

1. Sea  $v \in \mathbb{C}^n$ ,  $v = v_R + v_I i$  con  $v_R, v_I \in \mathbb{R}^n$ . Demostrar que  $\|v\|^2 = \|v_R\|^2 + \|v_I\|^2$ .
2. Para aproximar los datos de la tabla de valores

$t$	-2	-1	1	2
$y$	1	2	-1	-2

por una recta  $q(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t$  se plantea un SEL  $Ax = b$ , con  $A \in \mathcal{M}_{4 \times 2}(\mathbb{R})$ ,  $x = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$  y  $b \in \mathbb{R}^4$ .

- a) Escribir  $A$  y  $b$ .
- b) Demostrar que el SEL  $Ax = b$  es incompatible.
- c) Resolver el problema de mínimos cuadrados asociado al SEL  $Ax = b$ .
- d) Hallar una descomposición en valores singulares de  $A^t$ .
- e) Hallar las aproximaciones de rango uno y de rango dos de  $A^t$ .
- f) Demostrar que el vector  $b$  no pertenece ni al subespacio  $\ker(AA^t)$  ni al subespacio  $\text{Im}(AA^t)$ . Hallar la proyección ortogonal de  $b$  sobre uno de los dos subespacios anteriores.