Álgebra lineal
Evaluación continua
Grupo C
6 de Noviembre de 2013

1. Sean $n \in \mathbb{N}$ un número par y

$$A = \begin{pmatrix} 1+\alpha & 2 & 1 & 2 & \cdots & 1 & 2 \\ 1 & 2+\alpha & 1 & 2 & \cdots & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1+\alpha & 2 & \cdots & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2+\alpha & \cdots & 1 & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & & \\ 1 & 2 & 1 & 2 & \cdots & 1+\alpha & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & \cdots & 1 & 2+\alpha \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R}),$$

$$u_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \; u_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^6, \quad b = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4.$$

Se pide:

a) Carcular $\det(A)$.

b) ¿Para qué valores de α es A inversible?

c) Calcular las ecuaciones del subespacio U generado por el sistema de vectores $S = \{u_1, u_2\}$.

d) Para $n = 4$ y $\alpha = -2$

  d1) Obtener, si es posible, la factorización LU de A.

  d2) Resolver, si es posible, el SEL $Ax = b$ usando la factorización LU de A.

  d3) Calcular A^{-1}, si existe.

e) Para $n = 6$ y $\alpha = 0$

  e1) Escribir la aplicación lineal f definida por la matriz A.

  e2) Dar la dimensión y una base del núcleo de f y de la imagen de f.

  e3) Dar la dimensión y una base de la intersección $\ker(f) \cap U$.

  e4) Dar la dimensión y una base del subespacio suma $\ker(f) + U$.

2. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} e^{\frac{3\pi}{2}i} & 1-\sqrt{3}i \\ 2\,e^{\frac{11\pi}{6}i} & \frac{4}{1+i} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C}),$$

se pide

i) Expresar la matriz A con todos sus coeficientes en forma binómica.

ii) Calcular el determinante de la matriz haciendo las operaciones en forma binómica.

iii) Escribir el resultado del apartado anterior en forma exponencial.

3. Sean A, B, $C \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{K})$ matrices inversibles. Sea

$$M = \left(\begin{array}{c|c|c} 0 & 0 & A \\ \hline I & B & 0 \\ \hline C & 0 & 0 \end{array}\right) \in \mathcal{M}_{3n\times 3n}(\mathbb{K}).$$

Demostrar que M es inversible encontrando para M^{-1} una expresión en función de A, B y C.

Álgebra lineal
Evaluación continua
Grupo C
9 de Octubre de 2013
examen extraordinario por enfermedad

1. Representar en el plano complejo el conjunto de números complejos que verifican

$$\left|\frac{z}{1-i}\right|^2 + |z|^2 \operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right) < 1$$

2. Resolver el sistema de ecuaciones lineales

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcrcl} i\ z_1 & + & & z_2 & + & & z_3 & = & 2i \\ z_1 & + & (1-i) & z_2 & + & & z_3 & = & 4 \\ z_1 & + & & z_2 & + & (2-i) & z_3 & = & 2 \\ i\ z_1 & + & (1-i) & z_2 & + & & z_3 & = & 1+i \end{array}\right.$$