

Evaluación continua 5

11 de diciembre de 2013, 11:00h

Este examen consta de cuatro preguntas con varios apartados cada una. Escribe la respuesta de cada pregunta en la misma hoja en la que se halla la pregunta. Cada grupo entregará al completar sus respuestas la hoja de control de asistencia seguida de las hojas de las preguntas. El tiempo disponible para la realización del examen es de 45 minutos.

Todas las preguntas se refieren a los siguientes datos:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$B = A^T A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$C = A A^T = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$q_B : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}$ es la forma cuadrática definida por B , es decir, la función definida por:

$$q_B(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T B \mathbf{x}.$$

(3 pt.) **1.** Contesta razonadamente:

- (0.5 pt.) (a) ¿Qué relación hay entre los valores singulares de A y los de A^T ?
- (0.5 pt.) (b) ¿Cuáles son los valores propios de C y sus multiplicidades geométricas?
- (0.5 pt.) (c) Escribe la matriz Σ_{A^T} de una descomposición en valores singulares, $A^T = \tilde{U} \cdot \Sigma_{A^T} \cdot \tilde{V}^T$, de A^T .
- (1.5 pt.) (d) Comprueba que el sistema $A^T \mathbf{x} = \mathbf{b}$ es inconsistente y halla su solución en el sentido de los mínimos cuadrados.

(3 pt.) **2.** A la vista de los resultados de la pregunta 1,

- (1 pt.) (a) Calcula los valores singulares de A .
- (1 pt.) (b) Halla una base del espacio nulo de A .
- (1 pt.) (c) Calcula la proyección ortogonal de \mathbf{b} sobre $\text{Col } A^T$.

(4 pt.) **3.**

- (3 pt.) (a) Halla la matriz V de una descomposición en valores singulares de A , $A = U \Sigma_A V^T$.
- (1 pt.) (b) Usa el resultado anterior para calcular una aproximación de rango 1 de A .

(2 pt.) **4.** Contesta razonadamente:

- (1 pt.) (a) ¿Es q_B una forma cuadrática definida? ¿Es indefinida? ¿Por qué?
- (0.5 pt.) (b) ¿Es q_B semidefinida? ¿Por qué?
- (0.5 pt.) (c) ¿Es q_B degenerada? ¿Por qué?