

**Ex. Final 2ª Convoc.**

3 de julio de 2014, 16:00h.

---

(2.5 pt.) **1.**

- (0.5 pt.) (a) Resuelve la ecuación  $x^4 + 2x^2 - 3 = 0$ .
- (0.5 pt.) (b) Calcula el módulo y el argumento de cada una de sus cuatro soluciones.
- (1 pt.) (c) Sea  $z$  la suma de aquella solución que tiene parte imaginaria positiva y aquella solución que tiene parte real positiva. Calcula las dos raíces cuadradas de  $z$ .
- (0.5 pt.) (d) Calcula la parte imaginaria de  $e^z$ .
- 

(2.5 pt.) **2.** Considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & -4 & 1 & 6 & 2 \\ 0 & 3 & 1 & -1 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

y recuerda que el espacio fila de una matriz es el espacio columna de su traspuesta.

- (0.5 pt.) (a) ¿Cuántas ecuaciones definen el espacio fila de  $A$ ? Razona tu respuesta.
- (0.5 pt.) (b) Halla las ecuaciones del espacio fila de  $A$ .
- (0.5 pt.) (c) Halla una base del espacio nulo de  $A$ .
- (1 pt.) (d) ¿Cuánto vale el determinante de  $A^T A$ ? Calcula el determinante de  $A A^T$ .
- 

(2.5 pt.) **3.**

Considera la matriz real

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

- (0.25 pt.) (a) Calcula el rango de  $A$ .
- (0.25 pt.) (b) Demuestra que el vector  $(-1, -1, 1, 1)$  es un autovector de  $A$ .
- (1 pt.) (c) Calcula los autovalores de  $A$ , así como sus multiplicidades algebraicas y geométricas e indica razonadamente si  $A$  es diagonalizable o no.
- (1 pt.) (d) Para cada autovalor de  $A$  halla una base de su correspondiente subespacio propio.
- 

(2.5 pt.) **4.** Dada la forma cuadrática en  $\mathbf{R}^4$ ,

$$x_1^2 - 2x_4^2 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_1x_4 - 2x_2x_4 - 2x_3x_4,$$

se pide:

- (0.5 pt.) (a) Obtener la matriz simétrica,  $A$ , que la define.
- (0.75 pt.) (b) Clasificar dicha forma cuadrática.
- (0.5 pt.) (c) Hallar la aproximación de rango 1 de  $A$ .
- (0.75 pt.) (d) Hallar la aproximación de rango 2 de  $A$ .
-