Evaluación continua 2, Grupo A

7 de noviembre de 2014, 11:00h – Aula B003

(3 pt.) **1.** Sean los vectores

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -13 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{p} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 6 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u}_2 = \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Sabiendo que $\mathbf{p}$ es una solución particular del sistema de ecuaciones lineales $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ y que $\mathbf{x} = t_1\mathbf{u}_1 + t_2\mathbf{u}_2$ es la solución general del sistema homogéneo asociado, $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$, contesta razonadamente a las siguientes preguntas:

(0.3 pt.) (a) ¿Cuál es el número de columnas de la matriz A?

(0.3 pt.) (b) ¿Cuál es el número de filas de la matriz A?

(0.4 pt.) (c) ¿Cuál es el número de columnas pivote y no pivote de la matriz A?

(0.5 pt.) (d) ¿Es el sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{d}$ compatible para todo vector $\mathbf{d}$ de $\mathbf{R}^4$?

(0.8 pt.) (e) ¿Cuál es la forma escalonada reducida de la matriz ampliada del sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$?
Sugerencia: Escribe las ecuaciones cartesianas del conjunto solución en forma matricial.

(0.7 pt.) (f) Escribe una matriz A tal que la solución general del sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ sea $\mathbf{x} = \mathbf{p} + t_1\mathbf{u}_1 + t_2\mathbf{u}_2$.

(4 pt.) **2.**
Sean A, L, U matrices tales que $A = LU$ es la factorización LU de A.

(1 pt.) (a) Suponiendo que A es una matriz cuadrada, demuestra que $A^2 = L^2U^2$ si y sólo si A conmuta con U, es decir, si y sólo si $AU = UA$.

(3 pt.) (b) Supongamos ahora que $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

i. Halla la factorización LU, $A = LU$, de A y calcula U^{-1}.

ii. Calcula el determinante de A^n para todo entero positivo n.

iii. Contesta razonadamente: ¿Es A inversible?. En caso afirmativo halla A^{-1}.

(3 pt.) **3.**
Sea $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3$ la aplicación lineal $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ definida por la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

(0.5 pt.) (a) Halla una base de la imagen de T (o sea, del espacio columna de A).

(1 pt.) (b) Halla una base del núcleo de T (o sea, del espacio nulo de A).

(1 pt.) (c) Halla una base del espacio fila de A (o sea, del espacio columna de A^{T}).

(0.5 pt.) (d) Halla una base del espacio nulo de A^{T}.
