

Evaluación continua 3, Grupo A3 de diciembre de 2014, 12:00h – Aula B003

(3 pt.) **1.** Sean las matrices

$$P = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 \\ 6 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

y sea $A = PDP^{-1}$. Contesta *razonadamente* a las siguientes preguntas:(0.5 pt.) (a) ¿Cuál es el polinomio característico de A ?(0.5 pt.) (b) ¿Es el vector $(1, -1, 0)$ un vector propio de A ? En caso afirmativo ¿Cuál es su autovalor?(1 pt.) (c) Dado el polinomio $p(x) = x^4 - 6x^3 - 5x^2 + 30x - 2$, sea $B = p(A)$. ¿Cuánto vale la traza de B ?
¿Cuánto vale el determinante de B ?*Sugerencia: No es necesario calcular la matriz B .*(1 pt.) (d) ¿Admite la matriz A una diagonalización ortogonal?. En caso afirmativo calcúlala y en caso negativo explica claramente las razones que lo justifican.

(1 pt.) **2.** Halla un autovector de la siguiente matriz, razonando claramente tu respuesta:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

(3 pt.) **3.** Sabiendo que los autovalores de la siguiente matriz son $\lambda_1 = 1$ y $\lambda_2 = -2$, halla una diagonalización ortogonal de A :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(3 pt.) **4.** Sean

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(0.5 pt.) (a) Explica por qué el sistema de ecuaciones lineales $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ no es compatible.(1.5 pt.) (b) Halla una solución aproximada del sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ por el método de los mínimos cuadrados y calcula el error de la misma.(1 pt.) (c) Halla la proyección ortogonal de $\mathbf{b}$ sobre el espacio columna de A .
