Evaluación continua 4 – Grupo B

9 de diciembre de 2015, 11:00 a 11:50h – Aula B003

---

1. Sea A la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

(a) Explica en qué consiste la condición necesaria y suficiente para que una matriz real admita una diagonalización unitaria. ¿Y para que una matriz real admita una diagonalización ortogonal?

(b) Demuestra que A admite una diagonalización unitaria pero no una ortogonal.

(c) Halla una diagonalización unitaria de A.

---

2. Dados los vectores $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{v}$ que se muestran a la derecha,

(a) Comprueba que $\mathbf{u}_1$ y $\mathbf{v}$ son ortogonales.

(b) Comprueba que la proyección ortogonal de $\mathbf{u}_2$ sobre el espacio $H = \text{Gen}\{\mathbf{u}_1, \mathbf{v}\}$ es el propio $\mathbf{u}_2$. ¿Cuáles son las coordenadas de $\mathbf{u}_2$ relativas a la base ortogonal $\mathcal{B} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{v}\}$ de H?

(c) Usando la información dada en los apartados anteriores, halla la factorización QR de la matriz $A = [\mathbf{u}_1\ \mathbf{u}_2]$.

$$\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{u}_2 = \begin{pmatrix} 9 \\ 7 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix}, \mathbf{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

---

3. Dada la siguiente factorización de la matriz A:

(a) Contesta razonadamente: ¿Es ésta una descomposición mediante valores singulares de A?

(b) Escribe una base ortonormal de $\text{Nul}\, A$ y una base ortonormal de $\text{Fil}\, A$.

(c) Escribe una base ortonormal de $\text{Col}\, A$.

(d) Halla la aproximación de rango 1 de A.

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{3\sqrt{2}} & \frac{1}{3\sqrt{2}} & -\frac{2\sqrt{2}}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$
